

Problème 365 – Les mouvements de Quoridor

Niveau : Seconde

Chapitres : Vecteurs, Repérage dans le plan

Inédit, publié le 13/02/2023



Jeu de stratégie créé et primé en 1997, Quoridor a pour principe d'opposer 2 ou 4 joueurs qui doivent, sur un plateau de 9 cases sur 9 cases (soit 81 cases) partir du milieu d'un bord puis amener leur pion sur le bord opposé. A son tour, chaque joueur a pour possibilités de déplacer son pion d'une case, **en vertical ou en horizontal uniquement**^(*), ou de placer un mur le long des côtés de deux cases, empêchant ainsi tout pion de les traverser. Le jeu contient 20 murs, que les joueurs se répartissent équitablement au début du jeu.

Dans ce problème, on s'intéresse aux mouvements possibles des pièces sur le plateau de jeu, au cours d'une partie entre deux joueurs. Pour simplifier le repérage, on a appliqué au plateau un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) centré au milieu du plateau (voir **Annexe**). Une pièce est déplacée du centre d'une case au centre d'une autre case adjacente, sachant que ces centres sont situés à des points du repère où les **coordonnées sont entières**. Par exemple, sur la figure en **Annexe**, la pièce grise partie de la ligne représentée par la droite d'équation $y = -4$, est située en $A(-4 ; -1)$. Son objectif est d'atteindre n'importe quelle case sur la ligne représentée par la droite d'équation $y = 4$.

Au moment étudié, les 20 murs ont déjà été placés.

1) a) Déterminer le nombre minimal de déplacements d'une case que devra faire la pièce située en A pour atteindre l'objectif.

b) Donner les coordonnées du point B qui correspond au lieu où l'objectif est atteint.

2) a) Exprimer, à l'aide des vecteurs \vec{i} et \vec{j} , la succession des translations que doit effectuer la pièce située en A pour atteindre le point B.

Remarque : ces translations peuvent, en longueur, être supérieures à une case.

- b) Effectuer la somme des vecteurs obtenus, et en déduire les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .
 c) Dans le cadre du jeu, à quoi correspondent ces coordonnées ?

3) En déduire $\|\overrightarrow{AB}\|$.

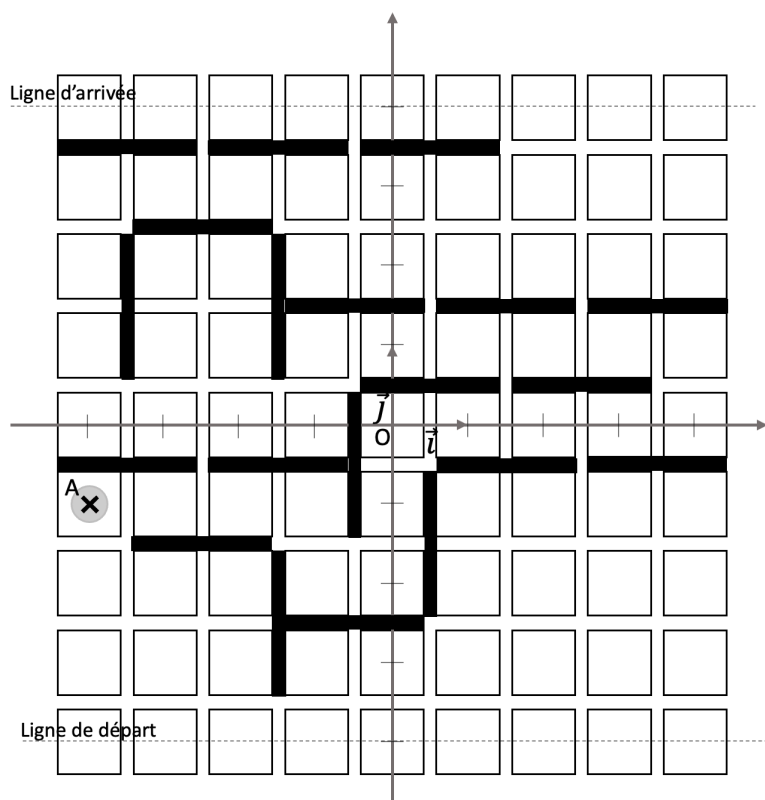
4) a) Dans son parcours vers le point B, le pion passe par le point I (1,0). Justifier que le pion passe également par un point C tel que AIBC soit un parallélogramme, en trouvant les coordonnées de ce point C.

b) Justifier que le centre de ce parallélogramme n'est pas au centre d'une case.

5) Le pion adverse, parti lui de la ligne repérée par la droite d'équation $y = 4$, est justement situé au point C. Ce pion adverse veut lui atteindre la ligne repérée par la droite d'équation $y = -4$ (les lignes d'arrivée et de départ sont donc inversées par rapport à la pièce grise).

Sachant qu'à ce moment du jeu, il n'y a plus de mur à poser, et que chaque joueur avance son pion tour à tour pour arriver au plus vite à l'objectif respectif, justifier que les deux pions se retrouvent côte à côte au moment où le pion initialement situé en A a été amené au point symétrique de A par rapport à O.

Annexe



mur

Un pion ne peut pas traverser un mur,
ni passer entre deux murs qui se côtoient.

(*) Aux connaisseurs du jeu : on ignorera dans ce problème les cas où on peut sauter au-dessus d'une pièce adverse...